Институт информационных и вычислительных технологий МОН РК

Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби

Университет Туран

Люблинский технический университет, Польша

«Ғылым ордасы»

МАТЕРИАЛЫ

IV международной научно-практической конференции "Информатика и прикладная математика", посвященной 70-летнему юбилею профессоров Биярова Т.Н., Вальдемара Вуйцика и 60-летию профессора Амиргалиева Е.Н. 25-29 сентябрь 2019, Алматы, Казахстан

Часть 1

Алматы 2019

5 Di Benedetto M.D. Synthesis of an internal model for non-linear output regulation // Int. J. Control. – 1987. – Vol. 45 (3). – P. 1023-1034.

6 Huang J., Rugh W.J. On a non-linear multivariable servomechanism problem // Automatica. – 1990. – Vol. 26 (6). – P. 963-972.

7 Hepburn J., Wonham W.A. Error feedback and internal model on differentiable manifolds // IEEE Trans. Automat. Control. – 1984. – Vol. 29 (5). – P. 397-403.

8 Isidori A., Byrnes C.I. Output regulation of non-linear system // IEEE Trans. Automat. Control. – 1990. – Vol. 35 (2). – P. 131-140.

9 Byrnes C.I., Isidori A. Output regulation of non-linear system: An overview // Int. J. Robust Non-linear Control. – 2000. – Vol. 10 (5). – P. 323-337.

10 Byrnes C., Delli Priscoli F., Isidori A. Output regulation of uncertain nonlinear systems. Monograph. – Birkhauser, Boston. – 1997. – 120 p.

11 Yang B., Lin W. Robust output feedback stabilization of uncertain non-linear systems with uncontrollable and unobservable linearization // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2005. – Vol. 50. – P. 619-630.

12 Alimhan K., Inaba, H. Robust practical output tracking by dynamic output feedback for uncertain non-linear systems with unstabilisable and undetectable linearisation // International Journal of Modelling, Identification and Control. – 2008. – Vol. 5 (1). – P. 1-13.

13 Alimhan K., Inaba H. Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently non-linear systems // International Journal of Modelling, Identification and Control. – 2008. – Vol. 4 (4). – P. 304-314.

14 Polendo, J., Qian, C. A universal method for robust stabilization of nonlinear systems: unification and extension of smooth and non-smooth approaches / J. Polendo, C. Qian // Proc. of the American Control Conference, 2006. – P. 4285-4290.

15 Polendo, J., Qian, C. A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently nonlinear systems via output feedback / J. Polendo, C. Qian // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2007. – Vol. 7, N. 7. – P. 605–629.

16 Rosier, L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector fields / L. Rosier // Systems & Control Letters, 1992. – N. 19. – P. 467–473.

17 Gong Q., Qian C. Global practical output regulation of a class of non-linear systems by output feedback // Proc. the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. – Seville, Spain. – 2005. – P. 7278-7283.

АЙНЫМАЛЫ УАҚЫТ КЕШІГУІ БАР ШЫН МӘНІНДЕ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ШЫҒЫСЫН КҮЙ КЕРІ БАЙЛАНЫС АРҚЫЛЫ ІЗГЕ ТҮСІРУ

Алимхан К.[1,2], Тасболатұлы Н.[3,4], Ерденова А.К.[1], Ахметкалиева А.С.[1]

keylan@live.jp, tasbolatuly@gmail.com, erdenova_aigerim@mail.ru, almira_vko@mail.ru

[1]Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қазақстан
[2]Токио Денки Университеті, Жапония
[3]Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Қазақстан
[4]Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан

Түйіндеме. *Бұл мақала айнымалы уақыт кешігуі бар шын мәнінде сызықтық емес жүйелер классының шығысын күй кері байланыс арқылы практикалық ізге түсіру мәселесіне арналған. Кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін жүйенің сызықтық еместігінің қатаң емес өсу шартында реттелетін күшейту коэффициенті бар күй кері байланыс арқылы контроллер құрамыз. Ляпунов-Красовскийдің функционалының көмегімен масштабтау күшейткіші өсу шартымен шектелген уақыт бойынша кешігетін сызықтық еместікте үстемдік ететіндей реттеледі және тұйық жүйенің барлық күйлері шектеулі болғанда ізге түсіру қателігін жеткілікті аз етеді.*

Кілт сөздер*: шығысты практикалық ізге түсіру, кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін сызықтық емес жүйелер, күй кері байланысы, біртекті үстемдік ету әдісі.*

1. Кіріспе

Бұл мақалада төмендегідей түрде сипатталатын уақыт бойынша кешігетін жоғары ретті сызықтық емес жүйелер классының шығысын күй кері байланыс арқылы кең ауқымды практикалық ізге түсіру мәселесі қарастырылады:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t)^{p_i} + \varphi_i(\overline{x}_i(t), x_1(t-d(t)),\ldots, x_i(t-d(t))), \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad i = 1,\ldots,n-1, \\ &\dot{x}_n = u + \varphi_n(x(t), x(t-d(t))), \\ &y = x_1(t), \end{aligned} \tag{1}$$

Мұндағы $x(t) = (x_1(t),\ldots,x_n(t))^{\mathrm{T}} \in R^n$, $u(t) \in R$, және $y(t) \in R$ сәйкесінше күй векторы, кіріс және шығысты бақылау. $\overline{x}_i(t) = (x_1(t),\ldots,x_i(t))^T \in R^i$, $\overline{x}_n(t) = x_n(t)$, $d(t): R \to [0, d]$ уақыты кешіккен уақыт бойынша өзгеретін функция, ол келесі шартты қанағаттандырады: $d^{'}(t) \le \vartheta < 1$. Жүйенің бастапқы шарты $x(\theta) = \varphi_0(\theta)$, $\theta \in [-d, 0]$ және $\varphi_0(\theta)$ үзілісіз бастапқы функциясы көрсетілген. $\varphi_i(\cdot)$ мүшелері сызықтық емес ауытқуды білдіреді, олар үзіліссіз функциялар және $p_i \in R_{odd}^{\ge 1} = \{p/q \in [0,\infty): p$ және q тақ бүтін сандар $p \ge q\}$.

Сызықтық емес жүйелердің шығысын практикалық ізге түсіру мәселесі сызықтық емес басқару облысындағы аса маңызды және күрделі есептердің бірі болып табылады, сондықтан да оларға соңғы онжылдықта көп көңіл бөлінді. Соңғы жылдары бірнеше қызықты нәтижелер қатары алынды [1-11], сондай-ақ оларға сілтемелер де алынды. Алайда, жоғарыда айтылған нәтижелерде уақыттың кешігу әсері қарастырылмайды. Уақыт бойынша кешігетін құбылыстар көптеген практикалық жүйелерде кездеседі. Жүйеде уақыт кешігуінің болуына байланысты, ол жүйенің жұмысына айтарлықтай әсер етеді, басқару жүйесінің жұмысы нашарлап, орнықсыздық пен тербелісті тудыруы мүмкін. Сондықтан да, кешігуі бар сызықтық емес жүйелердің шығысын ізге түсіруді зерттеу мәселесінің практикалық маңызы зор. Алайда, сызықтық емес басқаруда қолданылатын біріңғай әдістің болмауынан, бұл мәселе толығымен зерттелмеді, әлі де шешімін таппаған көптеген маңызды мәселелер бар. Соңғы жылдары уақыт бойынша кешігуі бар есептерді Ляпунов-Красовскийдің әдісін қолданудың арқасында басқару теориясы мен кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді орнықтандыру тәсілдері дамытылды, және жетілдірілген әдістер жасалды, мысалы келесі жұмыстарды қараңыз, [12-19]. Уақыт бойынша кешігуі бар сызықтық емес жүйелердің шығысын ізге түсіру мәселесі жайлы қызықты нәтижелерді мына жұмыстарда кездестіруге болады [20-24]. Дегенмен бұл нәтижелер ерекше жағдайларда ғана ескеріледі, мысалы (1) жүйе үшін кешігу тұрақты немесе бірге тең болғанда. Кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін сызықтық емес жүйелерді қарастырғанда мәселе күрделі болып, шешімі табылмай қалады. Бұл өз кезегінде осы мақаладағы зерттеуге септігін тигізді.

Бұл мақалада біз кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді қатаң емес шарт жағдайында жоғарыдағы есепті біртекті үстемдік әдісі арқылы [25, 26, 15] және Ляпунов-Красовскийдің біртекті функционалының көмегімен шешеміз. Мақаланың негізгі нәтижелерін келесідей қорытындылауға болады: (i) [21-23] жұмыстардағы бар нәтижелермен салыстырғанда, жоғары ретті мүшелердің пайда болуынан (1) жүйе үшін сәйкес Ляпунов-Красовский функционалын қалай құруға болады, бұл тривиалды емес жұмыс. (ii) Бұл жазба [24] жұмыстағы нәтижені кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін жағдайға кеңейтілді.

2. Жоғары ретті сызықтық емес жүйелердің шығысын практикалық ізге түсіру

Бұл мақаланың мақсаты (1) жүйенің шығысын $y_r(t)$ тірек сигналының көмегімен практикалық ізге түсіретіндей контроллер құру болып табылады. Яғни кез келген берілген $\varepsilon > 0$ үшін күй кері байланыс контроллерін келесідей жобалаймыз

$$u(t) = g(x(t), y_r(t)), \tag{2}$$

ол барлық бастапқы шарттар үшін төмендегі орынды болады:

(i) (2) түріндегі күй контроллері бар (1) тұйық жүйенің барлық траекториялары нақты анықталған және $[0, +\infty)$ аралығында кең ауқымды шектелген

$$\left| y(t) - y_r(t) \right| < \varepsilon, \qquad \forall t \geq T > 0 \tag{3}$$

шартын қанағаттандыратындай $T > 0$ ақырлы уақыты табылады.

Бұл бөлімде келесі екі болжам бойынша (1) түрдегі кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін жоғары ретті сызықтық емес жүйелердің шығысын практикалық ізге түсіру мәселесін шешуге болатындығын көрсетеміз.

Болжам 1. C_1, C_2 тұрақтылары және $\tau \geq 0$ үшін

$$\begin{aligned} &\left|\varphi_i(t, \overline{x}_i(t), x_1(t-d(t)), \ldots, x_1(t-d(t)))\right| \\ &\qquad \leq C_1\Big(\left|x_1(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_1} + \left|x_2(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_2} + \cdots + \left|x_i(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_i} \\ &\qquad + \left|x_1(t-d(t))\right|^{(r_i+\tau)/r_1} + \left|x_2(t-d(t))\right|^{(r_i+\tau)/r_2} + \cdots + \left|x_i(t-d(t))\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\Big) + C_2 \end{aligned} \tag{4}$$

мұндағы

$$r_1 = 1, \quad r_{i+1} p_i = r_i + \tau > 0, \quad i = 1, \ldots, n \tag{5}$$

және $p_n = 1$.

Болжам 2. $d(t)$ уақыты кешіккен функция дифференциалданады және келесі шартты қанағаттандырады $0 \leq d(t) \leq d$, $d'(t) \leq \vartheta < 1$.

Болжам 3. $y_r(t)$ тірек сигналы және оның туындысы шекараланған, яғни $D > 0$ тұрақтысы бар болып, $|y_r(t)| \leq D$ және $|\dot{y}_r(t)| \leq D$ болады.

Біздің негізгі мақсатымыз 1-2 болжамдарға сәйкес (1) түрдегі кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін жоғары ретті сызықтық емес жүйелердің шығысын кешігуге тәуелсіз кері байланыс күйі арқылы практикалық ізге түсіру мәселесін қарастыру болып табылады. Ол үшін келесідей координата ауыстыруын еңгізейік.

$$z_1(t) = x_1(t) - y_r(t), \quad z_i(t) = x_i(t)/L^{\kappa_i}, \quad i = 2, \ldots, n, \quad v(t) = u(t)/L^{\kappa_n+1} \tag{6}$$

мұндағы $L \geq 1$ тұрақты (оны кейінірек анықтаймыз) және $\kappa_1 = 0$, $\kappa_i = (\kappa_{i-1}+1)/p_{i-1}$, $i = 2, \ldots, n$. Түрлендіру жасасақ (1) жүйені $z_i(t)$ жаңа координата арқылы өрнектейміз

$$\begin{aligned} &\dot{z}_i(t) = Lz_{i+1}^{p_i} + \psi_i(\overline{z}_i(t), z_1(t-d(t)) + y_r(t-d(t)), \ldots, z_i(t-d(t))), \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad i = 1, \ldots, n-1, \\ &\dot{z}_n(t) = Lv + \psi_n(\overline{z}_i(t), z_1(t-d(t)) + y_r(t-d(t)), \ldots, z_n(t-d(t))), \\ &y(t) = z_1(t) + y_r(t) \end{aligned} \tag{7}$$

мұндағы $\overline{z}_i(t) = (z_1(t) + y_r(t), z_2(t) \ldots, z_i(t))^T$, және

$$\begin{aligned} &\psi_1(z_1(t) + y_r(t), z_1(t-d(t)) + y_r(t-d(t))) \\ &\qquad = \varphi_1(z_1(t) + y_r(t), z_1(t-d(t)) + y_r(t-d(t)) - \dot{y}_r(t), \\ &\psi_i(\overline{z}_i(t), z_1(t-d(t)) + y_r(t-d(t)), \ldots, z_i(t-d(t))) \\ &\qquad = \varphi_i(\overline{z}_i(t), z_1(t-d(t)) + y_r(t-d(t)), \ldots, z_i(t-d(t))/L^{\kappa_i}, \quad i = 2, \ldots, n. \end{aligned}$$

1 болжамды, A3 лемманы және $L \geq 1$ болатындығын қолданып келесі теңсіздіктерді алуға болады

$$
\begin{aligned}
&\left|\psi_1(z_1(t)+y_r(t), z_1(t-d(t))+y_r(t-d(t)))\right| \\
&\quad \le C_1\left(\left|z_1(t)+y_r(t)\right|^{(r_1+\tau)/r_1}+\left|z_1(t-d(t))+y_r(t-d(t))\right|^{(r_1+\tau)/r_1}\right)+C_2+\left|\dot{y}_r(t)\right| \\
&\left|\psi_i(\overline{z}_i(t), z_1(t-d(t))+y_r(t-d(t)),\ldots, z_i(t-d(t)))\right| \\
&\quad \le \frac{C_1}{L^{\kappa_i}}\left(\left[\left|z_1(t)+y_r(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_1}+\left|L^{\kappa_2}z_2(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_2}+\cdots+\left|L^{\kappa_i}z_i(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\right]\right. \\
&\quad \left.+\left[\left|z_1(t-d(t))+y_r(t-d(t))\right|^{(r_i+\tau)/r_1}+\left|L^{\kappa_2}z_2(t-d(t))\right|^{(r_i+\tau)/r_2}+\cdots+\left|L^{\kappa_i}z_i(t-d(t))\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\right]\right)+ \\
&+\frac{C_2}{L^{\kappa_i}}
\end{aligned}
$$

2 болжам бойынша $\overline{C}_i, i=1,2$ тұрақтылары бар болады, ол тек қана C_1, C_2, τ, κ_i және L тұрақтыларына тәуелді, онда (4) мына түрге келеді

$$
\begin{aligned}
&\left|\psi_1(z_1(t)+y_r(t), z_1(t-d(t))+y_r(t-d(t)))\right| \le \overline{C}_1\left(\left|z_1(t)\right|^{(r_1+\tau)/r_1}+\left|z_1(t-d(t))\right|^{(r_1+\tau)/r_1}\right)+\overline{C}_2 \\
&\left|\psi_i(\overline{z}_i(t), z_1(t-d(t))+y_r(t-d(t)),\ldots, z_i(t-d(t)))\right| \\
&\qquad \le \overline{C}_1 L^{1-\nu_i}\sum_{j=1}^{i}\left(\left|z_j(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_j}+\left|z_j\left(t-d(t)\right)\right|^{(r_i+\tau)/r_j}\right)+\frac{\overline{C}_2}{L^{\kappa_i}}, \quad i=2,\ldots,n
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Мұндағы $\overline{C}_1>0,\ \overline{C}_2>0$ және

$$\nu_i := \min\left\{1-\kappa_j(r_i+\tau)/r_j+\kappa_i,\ 2\le j\le i,\ 1\le i\le n\right\}>0,$$

яғни, $0<\nu_i<1$ қайсыбір тұрақты.

Анықтама бойынша $r_j := \tau\kappa_j + 1/(p_1\ldots p_{j-1})$

$$\kappa_j\frac{r_{i+1}p_i}{r_j}-\kappa_i \le \frac{\tau\kappa_j}{\tau\kappa_j+1/p_1\ldots p_{j-1}}<1, \quad j=2,\ldots,i, \quad i=1,\ldots,n.$$

Ары қарай біз (7) түрдегі номиналды жүйе үшін күй кері байланыс контроллерін құрамыз, яғни

$$\dot{z}_i(t)=Lz_{i+1}^{p_i}(t), \quad i=1,\ldots,n-1, \ \dot{z}_n(t)=Lv(t), \quad y(t)=z_1(t)+y_r(t) \tag{9}$$

Біз (9) жүйе үшін күй кері байланыс контроллерін [15, 25] келтірілгендей құра аламыз, оны келесі тұжырым арқылы беруге болады.

Тұжырым 1. Айталық, (9) жүйе үшін күй кері байланыс контроллері былай анықталсын

$$v = -\beta_n^{r_{n+1}/\sigma}\xi_n^{r_{n+1}/\sigma} = -\left(\sum_{i=1}^{n}\overline{\beta}_i z_i^{\sigma/r_i}\right)^{r_{n+1}/\sigma} \tag{10}$$

ол оң анықталған C^1 және радиалды шектелмеген Ляпунов функциясымен,

$$V_n = \sum_{i=1}^{n}\int_{z_i^*}^{z_i}\left(s^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}\right)^{(2\sigma-\tau-r_i)/\sigma} ds \tag{11}$$

Ол келесі шартты қанағаттандырады

$$\dot{V}_n \le -L\sum_{j=1}^{n}\xi_j^2, \tag{12}$$

мұндағы $\xi_i = z_i^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}$, $z_i^* = -\beta_{i-1}^{r_i/\sigma}\xi_{i-1}^{r_i/\sigma}$, $z_1^* = 0$, $\sigma \ge \max_{1\le i\le n}\{\tau + r_i\}$ және $\overline{\beta}_i = \beta_n \cdots \beta_i,\ i = 1, \ldots, n$ оң тұрақтылар. Онда, (9) және (10) тұйық циклдік жүйе кең ауқымды асимптотикалық орнықты болады.

1-тұжырымның дәлелдеуі [6]-[8], [15], жұмыстардағыға ұқсас болғандықтан, бұл жерде оны келтірмейміз. Ары қарай біз (1) жүйенің шығысын ізге түсіру үшін кең ауқымды контроллерді құру үшін біртекті үстемдік ету әдісін қолданамыз, ол бұл мақаладағы төмендегі негізгі теоремада сипатталады.

Теорема 1. 1-3 болжамдарға сәйкес, кешігуі бар уақыт бойынша өзгеретін (1) түріндегі жоғары ретті сызықтық емес жүйенің шығысын кең ауқымды ізге түсіру мәселесі (7) және (10) күй кері байланыс контроллері арқылы шешілуі мүмкін.

Дәлелдеу.

(10) негізінде бас нүктеде тепе-теңдікті сақтап қалатындығын дәлелдеу қиындық туғызбайды.

r_i және σ анықтамасы бойынша $u = L^{\kappa_n+1}v$ үздіксіз функция болатындығын және $z = 0$ болғанда $u = 0$ болатындығын көре аламыз. Ал бұл 1 болжаммен бірге жүйенің шешімі $[0, t_M]$ интервалында анықталғандығын білдіреді, мұндағы $t_M > 0$ ақырлы тұрақты немесе $+\infty$ болуы мүмкін және u бас нүктеде тепе-теңдікте қалады.

Ары қарай келесі белгілеулерді анықктаймыз

$$z = (z_1, \ldots, z_n)^T,\ E(z) = \left(z_2^{p_1}, \ldots, z_n^{p_{n-1}}, v\right)^T \text{ және } F(z) = \left(\varphi_1, \varphi_2/L^{\kappa_2}, \ldots, \varphi_n/L^{\kappa_n}\right)^T. \tag{13}$$

Онда тұйық-циклдық (7)-(10) жүйені (6) және (13) белгілеулер бойынша төмендегідей компактілі формада жазуға болады

$$\dot{z} = LE(z) + F(z) \tag{14}$$

A1 анықтамадағы $\Delta = (r_1, \dots, r_n)$ кеңейту салмағын еңгізу арқылы V_n функциясы Δ салмағы бар $2\sigma{-}\tau$ дәрежелі біртекті болатындығын дәлелдеу қиындық туғызбайды. Сондықтан біріңғай (11) Ляпунов функциясын қолданып және A2 мен A3 леммалары бойынша келесідей қорытынды шығаруға болады

$$\dot{V}_n(z) = L\frac{\partial V_n}{\partial z}E(z) + \frac{\partial V_n}{\partial z}F(z) \le -m_1 L\|z\|_\Delta^{2\sigma} + \sum\nolimits_{i=1}^{n}\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\psi_i \tag{15}$$

мұндағы $m_1 > 0$ тұрақты

(8) негізінде, 1 болжам бойынша және $L>1$болғандықтан төмендегі шартты қанғаттандыратындай $\delta_i > 0$ және $0 < \gamma_i \le 1$ тұрақтыларын табуға болады:

$$\begin{aligned} |\psi_i| &\le \bar{C}_1\sum_{j=1}^{i} L^{\kappa_j(r_i+\tau)/r_j-\kappa_i}\left(|z_j(t)|^{(r_i+\tau)/r_j} + |z_j(t-d(t))|^{(r_i+\tau)/r_j}\right) + \frac{\bar{C}_2}{L^{\kappa_i}} \\ &\le \delta_i L^{1-\gamma_i}\left(\|z(t)\|_\Delta^{r_i+\tau} + \sum_{j=1}^{i}\|z(t-d(t))\|_\Delta^{r_i+\tau}\right) + \frac{\bar{C}_2}{L^{\kappa_i}} \end{aligned} \tag{16}$$

және A2 леммасы бойынша барлық $i = 1,\dots,n$ үшін $\partial V_n / \partial z_i$ -$2\sigma - \tau - r_i$ дәрежелі біртекті болады.

$$\left|\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\right| \le m_2\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}, \quad m_2 > 0 \tag{17}$$

және

$$\begin{aligned} m_2\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}\frac{\bar{C}_2}{L^{\kappa_i}} &= L^{1-\gamma_i}\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}\frac{m_2\bar{C}_2}{L^{\kappa_i+1-\gamma_i}}, \\ &\le L^{1-\gamma_i}\frac{2\sigma-\tau-r_i}{2\sigma}\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\tau+r_i}{2\sigma}\left(\frac{m_2\bar{C}_2}{L^{\kappa_i+1-\gamma_i}}\right)^{2\sigma/(\tau+r_i)} \\ &\le L^{1-\gamma_i}\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\left(m_2\bar{C}_2\right)^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{2\sigma(\kappa_i+1-\gamma_i)/(\tau+r_i)}} \end{aligned}$$

Бұдан,

$$\begin{aligned} \left|\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\psi_i\right| &\le m_2\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}\left[\delta_i L^{1-\gamma_i}\left(\|z(t)\|_\Delta^{r_i+\tau} + \sum_{j=1}^{i}\|z(t-d(t))\|_\Delta^{r_i+\tau}\right) + \frac{\bar{C}_2}{L^{\kappa_i}}\right] \\ &\le (1+m_2\delta_i)L^{1-\gamma_i}\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + L^{1-\gamma_i}(1+m_2\delta_i)\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}\sum_{j=1}^{i}\|z(t-d(t))\|_\Delta^{r_i+\tau} + \frac{\left(m_2\bar{C}_2\right)^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{1-\gamma_i}} \end{aligned} \tag{18}$$

мұндағы $\frac{2\sigma-\tau-r_i}{2\sigma} \le 1$, $\frac{\tau+r_i}{2\sigma} \le 1$, және $\frac{2\sigma(\kappa_i+1-\gamma_i)}{\tau+r_i} \ge 1-\gamma_i$.

(18) –ді (15)-ке қойсақ

$$\dot{V}_n(z) \le -L\Big(m_1 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} - (1+(1+m_2\delta))L^{-\gamma_{\min}} \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} - (1+m_2\delta)L^{-\gamma_{\min}} \sum_{i=1}^{n} \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-r_i-\tau} \sum_{j=1}^{i} \|z(t-d(t))\|_\Delta^{r_i+\tau}\Big) + \frac{n\sum_{i=1}^{n}\left(m_2\bar{C}_2\right)^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{1-\gamma_{\max}}} \tag{19}$$

мұндағы $\delta = \max_{1\le i\le n}\{\delta_i\}$, $\gamma_{\min} = \min_{1\le i\le n}\{\gamma_i\}$ және $\gamma_{\max} = \max_{1\le i\le n}\{\gamma_i\}$.

А4 лемма бойынша төмендегі шартты қанағаттандыратындай $m_3 > 0$ тұрақтысы табылады:

$$m_2(1+\delta)\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-r_i-\tau}\|z(t-d(t))\|_\Delta^{r_i+\tau} \le \|z\|_\Delta^{2\sigma} + m_3\|z(t-d(t))\|_\Delta^{2\sigma}, \tag{20}$$

бұдан

$$\dot{V}_n(z(t)) \le -L\left(m_1\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} - (2+m_2(1+\delta))L^{-\gamma_{\min}}\sum_{i=1}^{n} L^{-\gamma_i}\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} - m_3 L^{-\gamma_{\min}}\sum_{i=1}^{n}\|z(t-d(t))\|_\Delta^{2\sigma}\right) + \frac{n\sum_{i=1}^{n}\left(m_2\bar{C}_2\right)^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{1-\gamma_{\max}}} \tag{21}$$

Ары қарай келесі түрде Ляпунов-Красовский функционалын құрамыз:

$$\begin{gathered} V(z(t)) = V_n(z(t)) + U(z(t)), \\ V_n = \sum_{i=1}^{n}\int_{z_i^*}^{z_i}\left(s^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}\right)^{(2\sigma-\tau-r_i)/\sigma} ds, \quad U(z(t)) = \sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda}{1-\vartheta_i}\int_{t-d(t)}^{t}\|z(s)\|_\Delta^{2\sigma} ds, \end{gathered} \tag{22}$$

мұндағы λ оң анықталған параметр, оны кейінірек анықтаймыз. $V_n(z(t))$ оң анықталғандықтан, радиалды шектелмеген және [28] жұмыстағы 4.3 лемма бойынша екі K_∞ классының $\breve{\alpha}_1$ және $\breve{\alpha}_2$ функциялары табылып, олар келесі шартты қанағаттандырады:

$$\breve{\alpha}_1(|z(t)|) \le V_n(z(t)) \le \breve{\alpha}_2(|z(t)|) \tag{23}$$

Біртектілік теориясының негізінде η_1 және η_2 оң тұрақтылары табылып келесі шарт орындалады:

$$\eta_1\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} \le W(z(t)) \le \eta_2\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} \tag{24}$$

мұндағы $W(z(t))$ оң анықталған функция, оның біртектілік дәрежесі 2σ. Бұдан келесі теңсіздік орынды болады:

$$\bar{\alpha}_1(|z(t)|) \le W(z(t)) \le \bar{\alpha}_2(|z(t)|) \tag{25}$$

K_∞ классының $\bar{\alpha}_1$ және $\bar{\alpha}_2$ функциялары үшін.

$0 \le d(t) \le d$ және $d'(t) \le \vartheta < 1$ көмегімен келесі бағалауды аламыз:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda}{1-\vartheta} \int_{t-d(t)}^{t} \|z(s)\|_\Delta^{2\sigma} ds &\le \bar{\eta}_i \int_{t-d}^{t} \breve{\alpha}_2(|z(t)|) ds \le \bar{\eta}_i \int_{-d}^{0} \tilde{\alpha}_2(|z(\varsigma+t)|) d(\varsigma+t) \\ &\le \tilde{\eta}_i \sup_{-d\le\varsigma\le 0} \tilde{\alpha}_2(|z(\varsigma+t)|) \le \hat{\alpha}_2(\sup_{-d\le\varsigma\le 0} |z(\varsigma+t)|) \end{aligned} \tag{26}$$

мұндағы $\breve{\alpha}_2$ және $\hat{\alpha}_2$ - K_∞ классының функциялары және $\bar{\eta}_i$ пен $\tilde{\eta}_i$ оң тұрақтылар, себебі $|z(t)| \le \sup_{-d\le\varsigma\le 0} |z(\varsigma+t)|$.

$\alpha_2 = \breve{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_2$ анықтасақ, (22), (23), және (26) мынау шығады

$$\breve{\alpha}_1(|z(t)|) \le V_n(z(t)) \le \alpha_2(\sup_{-d\le\varsigma\le 0} |z(\varsigma+t)|) \tag{27}$$

(21) және (22)-ден келесі бағалауды аламыз:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= L\frac{\partial V_n}{\partial z} E(z) + \frac{\partial V_n}{\partial z} F(z) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda}{1-\vartheta} \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} - \sum_{i=1}^{n} \lambda \|z(t-d(t))\|_\Delta^{2\sigma} \\ &\le -\left(m_1 L - (2+m_2(1+\delta))L^{1-\gamma_{\min}} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda}{1-\vartheta} \right) \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} - \left(\lambda - m_3 L^{1-\gamma_{\min}}\right) \sum_{i=1}^{n} \|z(t-d(t))\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\rho_1}{L^{1-\gamma_{\max}}}. \end{aligned} \tag{28}$$

Бұдан, егер L былайша таңдасақ, $L > \max\left\{1, (((2+m_2(1+\delta)+m_3)/m_1))^{-\gamma_{\min}}\right\}$ және $\lambda = m_3 L^{1-\gamma_{\min}}$, мұндағы $\rho_1 = n\sum_{i=1}^{n} \left(m_2 \bar{C}_2\right)^{2\sigma/(\tau+r_i)}$, онда (28) теңсіздігі былай болады

$$\dot{V}(z(t)) \le -L\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\rho_1}{L^{1-\gamma_{\max}}}. \tag{29}$$

(22)-дағы $V_n(z)$ және $U(z)$ біртекті дәрежесі Δ кеңейтілу салмағына қатысты сәйкесінше $2\sigma-\tau$ және 2σ болады. Бұдан, А2 леммадан төмендегіні қанағаттандыратын λ_1, λ_2, ϖ_1 және ϖ_2 оң тұрақтылар болады

$$\lambda_1 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} \le V_n(z(t)) \le \lambda_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} \text{ және} \tag{30}$$

$$\varpi_1 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} \le U(z(t)) \le \varpi_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma}. \tag{31}$$

Сонымен қатар, А4 леммадан мынаны аламыз

$$\lambda_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} = L\left(\left(\lambda_2/L\right)^{1/\tau}\right)^\tau \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} \le \frac{2\delta-\tau}{2\sigma} L\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\tau L^{(\tau-2\sigma)/\tau}}{2\sigma}\lambda_2^{2\sigma/\tau} \quad (32)$$

Онда,

$$V(z(t)) \le \rho_2 L\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\tau}{2\sigma L^{(2\sigma-\tau)/\tau}}\lambda_2^{2\sigma/\tau}, \quad (33)$$

немесе

$$\frac{1}{\rho_2}V(z(t)) \le L\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\tau}{2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}}\lambda_2^{2\sigma/\tau}, \quad (34)$$

мұндағы $\rho_2 =: \left(\varpi_2 + (2\delta-\tau)/2\sigma\right)$.

Онда, (22) және (33) қолданып,

$$\begin{aligned}\dot{V}(z(t)) &\le -\left(L\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\tau}{2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}}\lambda_2^{2\sigma/\tau}\right) + \frac{\tau}{2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}}\lambda_2^{2\sigma/\tau} + \frac{\rho_1}{L^{1-\gamma_{\max}}} \\ &\le -\frac{1}{\rho_2}V(z(t)) + \bar{\rho}_1,\end{aligned} \quad (35)$$

мұндағы $\bar{\rho}_1 = \dfrac{\tau}{2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}}\lambda_2^{2\sigma/\tau} + \dfrac{\rho_1}{L^{1-\gamma_{\max}}}$.

$$\frac{d}{dt}\left(e^{t/\rho_2}V(z(t))\right) \le e^{t/\rho_2}\bar{\rho}_1 \quad (36)$$

екі жағынан интегралдай отырып,

$$e^{t/\rho_2}V(z(t)) - V(z(0)) \le \bar{\rho}_1\left(e^{t/\rho_2} - 1\right). \quad (37)$$

Бұдан, барлық $t > T$ үшін $T > 0$ бар болады

$$V(z(t)) \le e^{-t/\rho_2}V(z(0)) + \bar{\rho}_1\left(1 - e^{-t/\rho_2}\right) \le 3\bar{\rho}_1 \quad (38)$$

Ол мынаған әкеледі

$$|y(t) - y_r(t)| = |z_1(t)| \le \frac{3\tau}{2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}}\lambda_2^{2\sigma/\tau} + \frac{3\rho_1}{L^{1-\gamma_{\max}}}, \ \forall\ t > T > 0.$$

Осылайша, кез келген $\varepsilon > 0$ үшін жеткілікті үлкен мәнді L бар болып,

$$|y(t) - y_r(t)| \le \varepsilon, \ \forall\ t > T > 0.$$

Бұл теореманың дәлелдеуін аяқтайды.

3. Сандық мысал

Келесі түрдегі сызықтық емес жүйені қарастырайық,

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2^{\frac{7}{3}}(t) + x_1^{\frac{1}{5}}\big(t - d(t)\big) \\ \dot{x}_2(t) = x_3^{\frac{5}{3}}(t) + 2x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = \mathrm{u}(t) + x_3^{\frac{1}{5}}(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

мұндағы $p_1 = \frac{7}{3}, p_2 = \frac{5}{3},\ p_3 = 1, \mathrm{d}(t) = \frac{1}{5}sint$. Басқарудың мақсаты $x_1(t)$ күйін тек $y(t)$ өлшемін пайдаланып, уақыт бойынша өзгеріп отыратын $y_r(t)$ тірек сигналының ізіне түсуін мәжбірлеу болып табылады. Бұл ізге түсіру мәселесінде $y_r(t)$ белгілі болуы шарт емес. $\tau = \frac{2}{5}$ деп алып

$$r_1 = 1,\ r_2 = \frac{r_1 + \tau}{p_1} = \frac{3}{5}, \qquad r_3 = \frac{r_2 + \tau}{p_2} = \frac{3}{5},\ r_4 = \frac{r_3 + \tau}{p_3} = 1$$

болатындығын аламыз. А4 лемма бойынша келесі бағалауды аламыз

$$|\varphi_1(\cdot)| = |x_1(t - d_1(t))|^{\frac{1}{5}} \le 2^{\frac{6}{5}}\big|x_1\big(t - d_1(t)\big)\big|^{\frac{1}{5}} \le \frac{1}{7}\big|x_1\big(t - d_1(t)\big)\big|^{\frac{7}{5}} + \frac{6}{7}2^{\frac{7}{5}}$$

$$|\varphi_2(\cdot)| = |2x_2(t)| \le 2^{\frac{5}{3}}|x_2(t)| \le \frac{3}{5}|x_2(t)|^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{5}2^{\frac{5}{3}}$$

$$|\varphi_3(\cdot)| = |x_3(t)|^{\frac{1}{5}} \le 2^{\frac{6}{5}}|x_3(t)|^{\frac{1}{5}} \le \frac{1}{7}|x_3(t)|^{\frac{7}{5}} + \frac{6}{7}2^{\frac{7}{5}}$$

$$0 \le d(t) \le \frac{1}{5},\ d'(t) = \frac{1}{5}cost \le \frac{1}{5} < 1$$

$$k_1 = 0, \qquad k_2 = \frac{k_1 + 1}{p_1} = \frac{3}{7}, \qquad k_3 = \frac{k_2 + 1}{p_2} = \frac{6}{7}$$

$$z_1(t) = x_1(t) - y_r(t), \qquad z_2(t) = \frac{x_2(t)}{L^{k_2}} = \frac{x_2(t)}{L^{\frac{3}{7}}}, \qquad z_3(t) = \frac{x_3(t)}{L^{\frac{6}{7}}}\ , v(t) = \frac{u(t)}{L^{\frac{13}{7}}}$$

Мұндағы $L \ge 1, y_r(t) = \sin\left(\frac{t}{5}\right) + sint$

$$|y_r(t)| = \left|\sin\left(\frac{t}{5}\right) + sint\right| \le 2$$

$$|\dot{y}_r(t)| = \left|\frac{1}{5}\cos\left(\frac{t}{5}\right) + cost\right| \le \frac{6}{5}$$

$$C_1 \ge \frac{1}{7}, \qquad C_2 \ge \frac{6}{7}$$

$$|y_r(t)| + |\dot{y}_r(t)| \le D\ \Rightarrow\ D \ge 4$$

$$u = -2L^{\frac{13}{7}}\left(L^{\frac{6}{7}}x_3 + 2\left(L^{\frac{7}{3}}x_2 + 2\left(x_1(t) - \sin\left(\frac{t}{5}\right) + sint\right)\right)\right)^{\frac{7}{5}}$$

4. Қорытынды

Бұл мақалада біз [24] нәтижесін кеңейту арқылы күй кері байланысы арқылы жоғары дәрежелі уақытқа тәуелді кешігуі бар сызықтық емес жүйелер класы үшін кең ауқымды практикалық ізге түсіру мәселесін шешуге тырысамыз. Кейбір өлшеулі шарттарда алдымен масштабтаудың реттелетін коэффициентті күй кері байланыс контроллерін құрамыз. Содан кейін, жабық жүйенің барлық күйлері шектелген жағдайда өсуге шектелген шартты кешігуі бар сызықтық еместікті үстемдік етіп және ізге түсіру қателігін мейілінше аз жасайтындай етіп Ляпунов – Красовкий функционалы арқылы масштабтау коэффициенті реттеледі. Ұсынылып отырған контроллер күйдің барлық векторлары өлшеулі болған жағдайда ғана жақсы жұмыс жасайтынын ескерген жөн. Сондықтан, күйдің тек жартылай векторлары өлшеулі болған жағдайда уақытқа тәуелді кешігуі бар сызықтық емес жүйелері үшін шығысын кері байланыс арқылы ізге түсіру контроллерін құру өзекті мәселе болып табылады, және алдыңғы уақытта зерттеуге алынады.

Қосымша

(1) түрдегі уақытқа тәуелді кешігуі бар сызықтық емес жүйелер үшін күй кері байланыс контроллерін құру үшін біз бұл бөлімде біртекті функция анықтамасын беріп, осы мақалада қолданылатын кейбір леммаларды көрсетеміз.

Анықтама А1[27]. $x=(x_1,\ldots,x_n)\in R^n$ координаталар жиыны мен n-кортежді $r=(r_1,\ldots,r_n)$ оң нақты сандары үшін келесі анықтамаларды енгіземіз.

$$\Delta_s(x) \text{ кеңейтілуі } \Delta_s^r(x) = \left(s^{r_1}x_1,\cdots,s^{r_n}x_n\right), \quad \forall x=(x_1,\ldots,x_n)\in R^n,$$

$\forall s>0$ арқылы анықталатын бейнелеу, мұндағы r_i *координата салмағы* деп аталады. Ыңғайлы болу үшін $\Delta=(r_1,\ldots,r_n)$ деп белгілейміз.

$V\in C(R^n,R)$ функциясы τ *біртекті дәрежелі* деп аталады, егер $\tau\in R$ нақты саны бар болып, ол

$$V(\Delta_s^r(x)) = s^\tau V(x_1,\cdots,x_n), \quad \forall x\in R^n-\{0\}.$$

$f\in C(R^n,R^n)$ векторлар өрісі τ *біртекті дәрежелі* деп аталады, егер f_i компоненті әрбір i үшін $\tau+r_i$ біртекті дәрежелі болса, яғни $f_i(\Delta_s^r(x)) = s^{\tau+r_i}f_i(x_1,\cdots,x_n)$, $\forall x\in R^n$, $\forall s>0$, for $i=1,\ldots,n$.

Біртекті p -нормасы былайша анықталады

$$\|x\|_{\Delta,p} = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^{p/r_i}\right)^{1/p}, \ \forall x \in \mathbb{R}^n, \ p \geq 1.$$

Ыңғайлылық үшін $\|x\|_{\Delta,2}$ үшін $\|x\|_{\Delta}$.

Әрі қарай біз бірнеше техникалық леммаларды қарастырамыз, олар маңызды рөл атқарады және басқаруды құруда қолданылады.

Лемма А1[27]. $\Delta=(r_1,\ldots,r_n)$ кеңейтілу салмағы деп белгілейміз, және $V_1(x)$ пен $V_2(x)$ сәйкесінше τ_1 және τ_2 дәрежелі біртекті функция деп ұйғарамыз. Онда, сол Δ кеңейтілуге қатысты $\tau_1+\tau_2$ дәрежелі сондай - ақ $V_1(x)V_2(x)$ біртекті функция болады.

Лемма А2[27]. Δ кеңейтілу салмағына қатысты $V: R^n \to R$ τ дәрежелі біртекті функция деп ұйғаралық. Онда келесі (i) және (ii) шарттары орындалады:

$\partial V / \partial x_i$ $\tau - r_i$ дәрежелі біртекті болады, сонымен қатар r_i- x_i қатысты біртектілік салмағы болып табылады.

$\sigma > 0$ тұрақтысы бар болып, $V(x) \leq \sigma \|x\|_{\Delta}^{\tau}$. Сондай – ақ, егер $V(x)$ оң анықталған болса, онда $\rho > 0$ тұрақтысы бар болады және $\rho \|x\|_{\Delta}^{\tau} \leq V(x)$.

Лемма А3[26]. Барлық $x, y \in R$ және $p \geq 1$ тұрақтылары үшін мына теңсіздік орындалады:

$$|x+y|^p \leq 2^{p-1} |x^p + y^p|, \ (|x|+|y|)^{1/p} \leq |x|^{1/p} + |y|^{1/p} \leq 2^{(p-1)/p} (|x|+|y|)^{1/p}$$

Егер $p \in R_{odd}^{\geq 1}$, онда

$$|x-y|^p \leq 2^{p-1} |x^p - y^p| \text{ және } \left|x^{1/p} - y^{1/p}\right| \leq 2^{(p-1)/p} |x-y|^{1/p}.$$

Лемма А4[25]. Айталық, c, d - оң тұрақтылар. Онда кез нақтылы мәнді $\gamma(x, y) > 0$ функциясы үшін мына теңсіздік орындалады:

$$|x|^c |y|^d \leq \frac{c}{c+d} \gamma(x,y) |x|^{c+d} + \frac{d}{c+d} \gamma^{-c/d}(x,y) |y|^{c+d}.$$

Қаржыландыру

Жұмыс ақпараттық және есептеу технологиялары институтында, ҚР БҒМ ҒК AP05131207 «Терең нейрондық желілерді қолдана отырып, сөйлеуі автоматты түрде тану технологиясын жасау» (2018 - 2020) гранттық жобасы аясында орындалды.

Қолданылған әдебиеттер

[1] Qian C., Lin W. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2002. – V. 47. – P. 21-36.

[2] Lin W., Pongvuthithum R. Adaptive output tracking of inherently nonlinear systems with nonlinear parameterization // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2003. – Vol. 48 (10). – P. 1737-1749.

[3] Gong Q., Qian C. Global practical output regulation of a class of non-linear systems by output feedback // Proc. the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. – Seville, Spain. – 2005. – P. 7278-7283.

[4] Gong Q., Qian C. Global practical output regulation of a class of nonlinear systems by output feedback // Automatica. – 2007. V. 43 (1). – P. 184-189.

[5] Sun Z.Y., Liu Y.G. Adaptive practical output tracking control for high-order nonlinear uncertain systems // Acta Automatica Sinica. – 2008. – V. 34. – P. 984-989.

[6] Alimhan K., Inaba H. Practical output tracking by smooth output compensator for uncertain nonlinear systems with unstabilisable and undetectable linearization // Int. J. of Modelling, Identification and Control. – 2008. – V. 5. – P. 1-13.

[7] Alimhan K., Inaba H., Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently nonlinear systems // Int. J. of Modelling, Identification and Control. – 2008. V. 4. – P. 304-314.

[8] Zhai J., Fei S. Global practical tracking control for a class of uncertain non-linear systems // IET Control Theory and Applications. – 2011. – V. 5. – P. 1343-1351.

[9] Alimhan K., Otsuka N. A note on practically output tracking control of nonlinear systems that may not be linearizable at the origin // Communications in Computer and Information Science, 256 CCIS. – 2011. – P. 17-25.

[10] Alimhan K., Otsuka N., Adamov A. A., Kalimoldayev M. N. Global practical output tracking of inherently non-linear systems using continuously differentiable controllers // Mathematical Problems in Engineering. – 2015. – Article ID 932097. – 10 pages.

[11] Alimhan K., Otsuka N., Kalimoldayev M. N., Adamov A. A. Further results on output tracking problem of uncertain nonlinear systems with high-order nonlinearities // Int. J. of Control and Automation. – 2016. – V. 9. – P. 409-422.

[12] Sun Z., Liu Y., Xie X. Global stabilization for a class of high-order time-delay nonlinear systems // Int. J. of Innovative Computing, Information and Control. – 2011. – V. 7. – P. 7119-7130.

[13] Sun Z, Xie X, Liu Z. Global stabilization of high-order nonlinear systems with multiple time delays // Int. J. of Control. – 2013. – V. 86. – P. 768-778.

[14] Gao F., Yuan F., Wu Y. Global stabilisation of high-order non-linear systems with time-varying delays // IET Control Theory & Applications. – 2013. – V. 7 (13). – P. 1737-1744.

[15] Lin C. Global output control for a class of inherently higher-order nonlinear time-delay systems based on homogeneous domination approach // Discrete Dynamics in Nature and Society. – 2013. – Article ID 180717, 6 pages.

[16] Zhang N., Zhang E., Gao F. Global stabilization of high-order time-delay nonlinear systems under a weaker condition // Abstract and Applied Analysis. – 2014. – Article ID 931520, 8 pages.

[17] Gao F., Wu Y. Further results on global state feedback stabilization of high-order nonlinear systems with time-varying delays // ISA Trans. – 2015. – V. 55. - P. 41-48.

[18] Gao F., Wu Y., Yuan F. Global output feedback stabilisation of high-order nonlinear systems with multiple time-varying delays // International Journal of Systems Science. – 2016. – V. 47 (10). – P. 2382-2392.

[19] Zhang X., Lin W., Lin Y. Nonsmooth feedback control of time-delay nonlinear systems: a dynamic gain based approach // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2017. – V. 62. – P. 438-444.

[20] Yan X., Song X. Global practical tracking by output feedback for nonlinear systems with unknown growth rate and time delay // The Scientific World J. – 2014. – Article ID 713081, 7 pages.

[21] Jia X., Xu S., Chen J., Li Z., Zou Y. Global output feedback practical tracking for time-delay systems with uncertain polynomial growth rate // J. of the Franklin Institute. – 2005. – V. 352. – P. 5551-5568.

[22] Jia X., Xu S. Global practical tracking by output feedback for nonlinear time-delay systems with uncertain polynomial growth rate // Proc. of the 34th Chinese Control Conference. – 2015. – P. 607-611.

[23] Jia X., Xu S., Ma Q., Qi Z., Zou Y. Global practical tracking by output feedback for a class of non-linear time-delay systems // IMA J. of Mathematical Control and Information. – 2016. – V. 33. – P. 1067-1080.

[24] Alimhan K., Otsuka N., Kalimoldayev M.N., Tasbolatuly N. Output Tracking by State Feedback for High-Order Nonlinear Systems with Time-Delay // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. – 2019. – Vol. 97, No. 3. – P. 942-956.

[25] Polendo J., Qian C. A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently nonlinear systems via output feedback // Int. J. of Robust and Nonlinear Control. – 2007. – vol. 7, No. 7. – P. 605-629.

[26] Polendo J., Qian C. A universal method for robust stabilization of nonlinear systems: unification and extension of smooth and non-smooth approaches // Proc. of the American Control Conference. – 2006. – P. 4285-4290.

[27] Rosier L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector fields // Systems & Control Letters. – 1992. – V. 19. – P. 467-473.

[28] Khalil H. K. Nonlinear Systems, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1996.

ҚҰРАҚ-ТҰРАҚТЫ АРГУМЕНТТІ СИНГУЛЯРЛЫ АУЫТҚЫҒАН СЫЗЫҚТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КОШИ ЕСЕБІ ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ ЖІКТЕЛУІ

Ахмет М.У.[1], Дауылбаев М.К.[2,3], Мирзакулова А.Е.[2,4]
e-mail: marat@metu.edu.tr, mdauylbayev@gmail.com,
mirzakulovaaziza@gmail.com
[1]*Орта-Шығыс Техникалық университеті, Түркия,*
[2]*Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,*